Justus Schottenschneider
Mathematisches Institut
LMU München

10. Cha 3175

Diskret-topologische Wahrscheinlichkeitslogik in mehreren Veränderlichen II für Differentialinformatiker und -statistiker (WS 2008/09)

Blatt 8

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite). Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

Hinweis: Es bezeichnen Ab die Kategorie aller abelschen, FinAb die der endlichen abelschen Gruppen.

82. Sei $(\mathfrak{S}_i)_{i\in I}$ eine aufsteigende Folge von Mengenlehren mit Grenzwert $\mathfrak{S}$.

Zeige: Der Mulkowskifunktor ${}_{\sim}\breve{\Psi}\colon \langle\mathfrak{S}\rangle \to \mathrm{Ab}$ ist exakt.

Hinweis: Seminarinteressenten (siehe Website) wird nahegelegt, diese Aufgabe zu priorisieren.

83. *Zeige oder widerlege:* Der endliche Mulkowskifunktor ${}_{\sim}\breve{\Psi}^{\mathrm{fin}}\colon \langle\mathfrak{S}\rangle \to \mathrm{FinAb}$ über jeder auflösbaren Mengenlehre $\mathfrak{S}$ ist injektiv.

84. *Zeige:* Sind $F\colon A \to B$ ein kontravarianter Funktor zwischen den Kategorien A and B, $G\colon B \to \mathfrak{k}$ ein kontravarianter kokategorischer Kometakofunktor zwischen B und der Kometakategorie der echten Klassen und φ ein pseudokovarianter Kontrakofunktor zwischen der Kategorie aller Kategorien und der Kategorie aller kometakokategorischen Kokategorien, so ist $\varphi(F \circ G)\colon \varphi(\mathfrak{k}) \to \varphi(A)$ exakt und injektiv.

Hinweis: Es genügt, ein geeignetes kommutatives Kodiagramm zu zeichnen.

85. Hauptsatz der Differential- und Integralinformatik (spezielle Version)

Zeige: Seien $M \in \mathbb{M}[X]$ eine differenzierbare nichtdeterministische Turingmaschine in der Unbestimmten X und $m = \frac{\partial M}{\partial X}$ (wobei M vermöge des Einsetzungshomomorphismus als Funktion aufgefaßt wird, vgl. Def. LXIV.89.3.1(i)), so gilt für alle wahrscheinlichkeitsstetig differenzierbaren echten Klassen $a, b \in \mathfrak{k}^{(1)}$:

$$\int_a^b m \, \partial X = M(b) - M(a)$$

Viel Erfolg!