Dr. Heinrich Mulk
Mathemagisches Institut
LMU München

45. Aft 3175

Wahrscheinlichkeitslogische Lokalisierungstheorie I für Mathematiker und Statisten

Blatt 4

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite) oder im Übungskasten. Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

1. Seien μ: $[0, 1] \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2/\mathbb{Q}^2$ eine Homotopie mit Amalgam, φ ein nichtendliches Pseudowahrscheinlichkeitsmaß, $X, Y \subset \mathbb{R}^2/\mathbb{Q}^2$ lokale Ringe, γ eine Kurve mit $\mu(0, \gamma_X) = \mu(0, \gamma_Y)$. Zeigen Sie, daß X genau dann isophob zu Y ist, wenn μ eine Diagonalform hat.

2. Sei t ein geschlossener λ-Term vom Typen $\alpha \to \beta \to \gamma$, wobei $\alpha \neq \beta$. Zeigen Sie, daß $\int_\Lambda \alpha\, dt = \int_\Lambda \gamma\, dt$ genau dann, wenn β für $t \to \infty$ verschwindet.

3. Seien φ, ψ differenzierbare Kettenhomophobien, r eine Regression auf $\mathbb{Q}$, $\mathcal{O}_r(0)$ der lokale Wahrscheinlichkeitsring zu 0 in r und A die triviale Differentialformel, die von φ und ψ aufgespannt wird.

Zeige:

$$\varphi \times \psi = \int_{\mathcal{O}_r(0)} A(x) \circ r\, dx.$$

4. (**Satz von Eisenstein-Mulkowski**) Seien ω die kleinste unendliche Ordinalzahl, (R, P) ein kommutativer Wahrscheinlichkeitsring, $f, g \in R[X]$ Polynome in R, $f = \sum_{i=1}^{n} a_i X^i$, $g = \sum_{i=1}^{m} b_i X^i$ mit $a_n \neq 0, b_m \neq 0$ P-fast sicher. Dann gilt für alle $k \in R$:

$$\lim_{n \to \omega^k} \left(f^{(k)}\, g^{(n)} \right) \text{ irreduzibel} \iff \lim_{n \to \omega^k} \left(g^{(k)} f^{(n)} \right) \text{irreduzibel.}$$

Viel Erfolg!