

Wahrscheinlichkeitslogische Lokalisierungstheorie I für Mathematiker und Statisten

Blatt 1

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite) oder im Übungskasten. Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

1. Seien φ, ψ Differentialformeln und P ein Wahrscheinlichkeitsmaß. *Zeige:* Ist $\vdash \varphi \leftrightarrow \psi$ P -fast sicher, dann ist $P(\varphi) = P(\psi)$.

2. Sei $\varphi(x) := A(x) \rightarrow B(x)$. Berechnen Sie die folgenden Gentzen-Integrale:

a) $\int \varphi(x) dx$

b) $\int (\varphi(x) \rightarrow \perp) dx$

c) $\int ((\varphi(x) \rightarrow \perp) \rightarrow \perp) dx$

d) $\int (\perp \rightarrow \varphi(x)) dx$

3. *Zeige:* Für jede Differentialformel B gilt:

$$\int_{\perp}^{\top} (\neg A \vee B) dA =_c \int_{\perp}^{\top} (A \rightarrow B) dA$$

4. Seien (\mathfrak{S}_n) eine aufsteigende Folge von Mengenlehren mit $\mathfrak{S}_n \rightarrow \infty$, $\varphi(x)$ eine Differentialformel, $A \subset \mathbb{C}$ eine einfache, geschlossene Kurve, parametrisiert durch $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$. *Zeige:* Es gibt ein $n \in \mathbb{N}$, so daß das von $\tilde{\varphi}: t \mapsto \varphi(\gamma(t))$ induzierte Kurvenstück bezüglich jeder Mengenlehre \mathfrak{S}_m mit $m \geq n$ überabzählbar viele Punkte enthält.

Viel Erfolg!