Dr. Heinrich Mulk
Mathemagisches Institut
LMU München

59. Dis 3176

Rekursive und semirekursive Church-Geometrie über transzendenten Zahlenkörpern

Blatt 2

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite) oder im Übungskasten. Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

1. Sei R ein topologischer Wahrscheinlichkeitsring. Zeigen Sie, daß es zu jedem Endohomotopiehomöooleomorphismus φ: $R \to R$ einen Ependohomotopiehomöooleomorphismus ψ: $R \twoheadrightarrow R$ gibt, der zu einem Quasiisohomotopiehomöooleomorphismus semiäquivalent ist.

2. Betrachte $X := \mathcal{C}(\mathcal{C}(\mathcal{C}(\mathcal{C}([0,\,1]))))$ mit der Supremumsnorm bezüglich der Supremumsnorm bezüglich der p-Norm für $p > 0$. Für welche p konvergieren jeweils die folgenden Folgen? Welche davon konvergieren in ω_0, welche erst in ω_1?

i. $F_n(x) := x \circ (f \mapsto (t \mapsto f^n(t)))$

ii. $G_n(x) := x\Big(f \mapsto (t \mapsto \int_0^t f(\frac{1}{n} t)\, dt)\Big)$

iii. $H_n(x) := x^n$

iv. $I_n(x) := \Big(f \mapsto \Big(t \mapsto \Big(\int_0^t\Big)^n x(f)(t)\, dt^n\Big)\Big)$

3. Seien φ: $\mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$, $\varphi \neq 0$ ein Oleomorphismus, F: AbGrp $\to$ AbGrp ein Transfunktor. Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen gültig sind:

i. $\forall_{f \in \mathrm{Mor(AbGrp)}, \mathrm{dom}(f) = \mathrm{cod}(f) = \mathbb{Q}}\, \mathrm{ran}\,\mathrm{cod}(f) = \mathrm{ran}\,\mathrm{dom}(f) = \mathbb{Q}$ fast sicher.

ii. $\exists_{f: \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \in \mathrm{Mor(AbGrp)}}\, f \cong F(\varphi) \wedge f \neq 0$.

iii. $f: \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \in \mathrm{Mor(AbGrp)}$ ist kontrainduktiv $\Leftrightarrow \forall_{g: \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \in \mathrm{Mor(AbGrp)}}\, \varphi \circ g \simeq \varphi * f$.

iv. $f: \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \in \mathrm{Mor(AbGrp)} \Rightarrow f * \varphi * f = f * \varphi * f * \varphi * f$.

4. Konstruieren Sie mit dem Verfahren aus der Vorlesung einen Oleomorphismus $\varphi \neq 0$ zwischen $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{R}$, der durch eine ω_1-Turingmaschine dargestellt werden kann, und zeichnen Sie eine auf den $\mathbb{R}^{11}$ projizierte Skizze der generierten Kurve im $\mathbb{R}^{\omega_1}$. Ist die Kurve stetig? Begründen Sie Ihre Antwort.

Viel Erfolg!