Dr. Heinrich Mulk
Mathemagisches Institut
LMU München

30. Aft 3176

Algebraische Rekursionstheorie und transfinite Typensysteme über nichteuklidischen Semitopologien

Blatt 2

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite) oder im Übungskasten. Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

1. Seien $X \subset Y$ Typen, $\varphi\colon X \to Y$ ein universeller Polymorphismus. Zeigen Sie, daß es einen Monomorphismus $\psi\colon Y \to Y$ sowie einen Ad-hoc-Polymorphismus $\alpha\colon X \to X$ gibt, so dass folgendes Diagramm kommutiert:

$$\begin{array}{ccccc} & X & \xrightarrow{\varphi} & Y & \\ \alpha & \downarrow & & \downarrow & \psi \\ & X & \xrightarrow{\varphi*} & Y & \end{array}$$

2. Sei $f \in \mathrm{Mor}_{A,B}(\mathrm{Cat}.5e)$ mit $|||f||| > 0$. Zeigen Sie, daß f kein Monorphismus sein kann (d.h. f verliert gewissermaßen stets Information).

3. Sei Σ eine Semitopologie. Zeigen Sie, daß $\sum_{\sigma \in \Sigma} \Sigma_\sigma = \sum_{\sigma \in 2\Sigma} \sigma \times \sigma$ genau dann gilt, wenn $\sum_{i \in \mathbb{N}} \sum_{z \in \mathbb{Z}} i\, \Sigma_z \sum_{k=1 \ldots i} \prod_{x \in \Sigma^k} x^n\, \Sigma = 0$ für alle $n \in \mathbb{N}_\perp$.

4. **(Satz von Raiffmeisen)** Zeigen Sie, daß jede Raiffmeisenkardinalzahl eine Primfaktorzerlegung hat, ohne den Satz von Raiffmeisen-Raiffmeisen (*jede Raiffmeisenkardinalzahl ist kleiner als 3*) zu verwenden.

Viel Erfolg!