

Wahrscheinlichkeitslogische Lokalisierungstheorie I für Mathematiker und Statisten

Blatt 3

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite) oder im Übungskasten. Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

1. Seien A eine Differentialformel, X eine algebraische Kurve und φ_*^* eine Kettenhomomorphie im lokalen Wahrscheinlichkeitsring $R := \mathcal{O}_A(X)$.

Zeige: Es gibt genau einen Wahrscheinlichkeitsringhomomorphismus $\psi: R \rightarrow \mathcal{O}_X(A)$, der X festhält, und es gilt:

$$m \psi(x) \psi'(x) = \int_{\mathbb{Z}} \varphi_k^m dk.$$

2. Ist das Hilbertprogramm LOOP-berechenbar? Beweisen Sie Ihre Vermutung!
3. Stellen Sie das Hilbertprogramm als geschlossenen λ -Term dar. Bestimmen Sie dann alle β -Redukte und entscheiden Sie, ob die Call-by-Value-Reduktion für den Term terminiert. Was schließen Sie aus der Beobachtung?
4. (**Satz von Dostojewski**) Seien R ein Wahrscheinlichkeitsring mit Wahrscheinlichkeitsmaß P , $M \subset R$ eine differenzierbare Mannigfaltigkeit, $\iota: M \rightarrow R$ die Inklusion, $P(M) > 0$, Δ der von P induzierte Kettensimplex, $a \in M$ mit $\partial\partial\Delta(a) = 0$.

Zeige:

$$\iota \circ \Delta(M) \vee \Delta^{-1}(a) \cong \int \frac{\mathbb{Q}}{t\mathbb{Z}} dt.$$

Viel Erfolg!