

# Konstruktive mereologische Typen und endliche Kardinalzahlen

## Blatt 6

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite) oder im Übungskasten. Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

- Seien  $C_i \in \text{Cat}$  kleine Kategorien,  $M_i \in \text{ProbMer}$  Wahrscheinlichkeitsmereologien,  $\varphi_i: C_i \rightarrow C_{i+1}$  Mulkowski-Funktoriale,  $\psi_i: M_{i+1} \rightarrow M_i$  Einstein-Eisenstein-Morphismen,  $\partial$  der Randoperator,  $\hat{\partial}$  jeweils ein Schätzer für den Randoperator.

Zeigen Sie, daß folgendes Diagramm kommutiert und die Zeilen lange exakte Sequenzen darstellen:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 \dots & \xrightarrow{\varphi_{i-1}} & C_i & \xrightarrow{\varphi_i} & C_{i+1} & \xrightarrow{\varphi_{i+1}} & \dots & & \\
 & \nearrow \hat{\partial} & \downarrow & \nearrow \hat{\partial} & \downarrow & \nearrow \hat{\partial} & & & \\
 \dots & \xleftarrow{\psi_{i-1}} & M_i & \xleftarrow{\psi_i} & M_{i+1} & \xleftarrow{\psi_{i+1}} & \dots & & \\
 & \nearrow \hat{\partial} & \downarrow & \nearrow \hat{\partial} & \downarrow & \nearrow \hat{\partial} & & & \\
 \dots & \xrightarrow{\varphi_{i-1}} & C_i & \xrightarrow{\varphi_i} & C_{i+1} & \xrightarrow{\varphi_{i+1}} & \dots & & 
 \end{array}$$

*Hinweis:* Diagrammjagd mit transfiniten Intuition. Verwenden Sie den Satz von Mulkowski-Kastenbrot.

- Sei  $\Gamma$  eine Church-Geometrie über dem untypisierten Lambda-Kalkül  $\Lambda$ . Sei  $\gamma: [0, 1] \rightarrow \Gamma$  eine stetige Kurve in  $\Gamma$ . Angenommen,  $\gamma$  ist differenzierbar über dem Körper  $\ell \subset k$ . Gelte  $[k: \ell] = 2$ . Zeigen Sie, daß  $\gamma$  auch differenzierbar über  $k$  ist.
- Seien  $\ell \subset k$  Wahrscheinlichkeitskörper. Sei  $\text{Aut}(\ell/k)$   $P$ -fast sicher die Galoisgruppe von  $\ell$  über  $k$ . Zeigen Sie, daß es einen Wahrscheinlichkeitsring  $R$  gibt, so daß  $\text{Aut}(\ell/k) \times R$  berechenbar ist.
- Sei  $C$  eine Kategorie.

*Zeige:*  $\partial C < \omega \implies \exists_D (D \subset \text{ProbTop}, D \simeq C)$

Viel Erfolg!