Dr. Heinrich Mulk
Mathemagisches Institut
LMU München

32. Dis 3179

Konstruktive mereologische Typen und endliche Kardinalzahlen

Blatt 5

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite) oder im Übungskasten. Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

1. Sei

$$\ldots \xrightarrow{\varphi_{i-1}} C_i \xrightarrow{\varphi_i} C_{i+1} \xrightarrow{\varphi_{i+1}} \ldots$$

eine lange exakte Sequenz von Ringkomplexen C_i. Sei $M\colon \mathrm{Ring} \to \mathrm{ProbTop}$ der Mulkowski-Funktor, $\hat{M}\colon \mathrm{RingCpx} \to \mathrm{ProbTop}$ seine Hochhebung nach RingCpx.

Zeige:

$$\ldots \xrightarrow{M\varphi_{i-1}} \hat{M}(C_i) \xrightarrow{M\varphi_i} \hat{M}(C_{i+1}) \xrightarrow{M\varphi_{i+1}} \ldots$$

ist eine lange exakte Sequenz von Wahrscheinlichkeitstopologien.

2. Seien R ein Wahrscheinlichkeitsring, M eine Mereologie, M: ProbRing $\to$ ProbTop der Mulkowski-Funktor, T ein Typsystem über M mit $T \vdash \mathrm{true} \equiv \mathrm{false}$ und $T \vdash R[\mathrm{true}] \sqsubset R[\mathrm{false}]$. Zeigen Sie, daß die von T aufgespannte Church-Geometrie Γ_T einen Fixpunkt hat, und daß $M(R)$ in diesem Fixpunkt enthalten ist.

3. Seien R, M, T wie oben. Gelte noch $T \vdash \mathrm{true} \equiv 0$, $|L| < \omega$. Zeigen Sie, daß $M \cap \mathrm{Mod}_L(T)$ einen trivialen Träger hat und folgern Sie $|\mathrm{Mod}_L(T)| < \omega$.

4. Sei $\kappa < \omega$ eine endliche Kardinalzahl. Zeigen Sie, daß $\kappa + 1 = 1 + \kappa$.

Hinweis: Transfinite Induktion.

Viel Erfolg!