Dr. Heinrich Mulk
Mathemagisches Institut
LMU München

22. Dis 3179

Konstruktive mereologische Typen und endliche Kardinalzahlen

Blatt 3

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite) oder im Übungskasten. Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

1. Seien $\phi(x)$, $\psi(x)$ Differentialformeln, Q Robinsons Q. Angenommen, $T \vdash Q$, und seien für T die Bedingungen für den Satz von Löb herleitbar.

Zeige: $T \vdash \forall_x(\Box\phi \to \psi) \Rightarrow \int_{\perp}^{\top} \Box(\phi \to \psi)\, dx = 0$.

2. Sei τ ein tranfiniter Typ über einer Mereologie M. Gelte $\alpha + \beta \leqslant \tau$ für $\alpha, \beta \in \mathrm{Ty}_M$.

Zeige:

a) $|\alpha - \tau| \leqslant |\alpha + \beta|$

b) $|\alpha^2 \times \beta| \leqslant |\alpha \times \tau|$

c) $\tau = t_0 \times t_1 \times \ldots \Longrightarrow \int_0^{\infty} \tau_i\, di > 0$

3. Sei κ eine endliche Kardinalzahl. Zeigen Sie unter Zuhilfenahme des primären Lemmas vom primsten Primteiler, daß $\kappa < \aleph_0$.

4. Seien $\omega := |\mathbb{N}|, \kappa := |\mathbb{R}|$. Angenommen, $\omega > \kappa$.

Zeige: ZFC ist widersprüchlich.

Hinweis: Verwenden Sie Aufgabe 3.

Viel Erfolg!