Dr. Heinrich Mulk
Mathemagisches Institut
LMU München

22. Dis 3179

Konstruktive mereologische Typen und endliche Kardinalzahlen

Blatt 2

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite) oder im Übungskasten. Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

1. Seien Λ ein typisierter λ-Kalkül 1. Stufe, $\gamma\colon \Lambda \rightarrow_{\{0,1\}} \mathbb{R}^2$ eine stetige Church-Kurve über Λ.

Zeige: Gibt es ein $t :: \tau$ mit $\gamma \equiv t$, dann ist γ nullhomotop und erfüllt die Voraussetzungen des Satzes von Gödel-Rosser.

2. Seien $\mathfrak{S}$ eine Mengenlehre, $\mathfrak{M}$ eine Mereologie.

Zeige: Gilt für alle geschlossenen, einfach typisierten λ-Terme t von Grundtyp und alle Interpretationen $[\![\cdot]\!]$, daß $[\![t]\!]|_{\mathfrak{S}} = [\![t]\!]|_{\mathfrak{M}}$, dann enthält $\mathfrak{S}$ einen ϵ-Zykel, d.h. es gibt $x_1 \ldots x_n$ mit $x_1 \in \ldots \in x_n \in x_1$, $n \geqslant 1$.

3. Seien $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ holomorph, $g\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ meromorph. Gelte $\mu(\mathrm{im}(f \times g)) = 0$.

Geben Sie eine obere Abschätzung für

$$k := \int_{\mathbb{C}} (g \circ f)\, d\mu$$

an und beweisen oder widerlegen Sie Ihre Behauptung.

4. Gegeben f, g, μ wie in Aufgabe 3. Zeigen Sie, daß es einen geschlossenen λ-Term t über der Klasse On der Ordinalzahlen gibt, so daß

$$\int_{\Lambda} \omega_0\, dt < \alpha$$

für eine geeignete Ordinalzahl $\alpha \in \mathrm{On}$.

Viel Erfolg!