Dr. Heinrich Mulk
Mathemagisches Institut
LMU München

22. Dis 3179

Konstruktive mereologische Typen und endliche Kardinalzahlen

Blatt 1

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite) oder im Übungskasten. Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

1. Seien $\varphi\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ ein Oleomorphismus mit Fixpunkt x_0, $r, s \mapsto \langle r|s \rangle$ der Heisenberg-Relator, R eine 4-stellige Relation.

Zeige:

i. $\varphi|_{\mathbb{Q}/\{0,1\}}$ ist endlich axiomatisierbar.

ii. Es gibt elementar äquivalente Differentialformeln A und B, so daß $\varphi(A) = \varphi(\neg B)$.

iii. Für die Differentialformeln aus (ii) gilt: $\langle A|B \rangle \leqslant \bar{\hbar}\, e^{-i}$

iv. Die Differentialformeln aus (ii) können in der Form $\exists_{x_1 \ldots x_4} R x_1 \ldots x_4$ gewählt werden, wobei R eine elementare Relation ist.

2. Seien $\lambda = \aleph_\kappa$ eine Kardinalzahl, Ty ein Typensystem über λ.

Zeige: Ist λ regulär, so gilt auch $\mathrm{Th}(\mathrm{Ty}) \vdash \lceil \kappa \rceil$ regulär.

3. Zeigen Sie, daß jedes klassische Typensystem über Ord inkonsistent ist.

4. Seien Ty ein klassisches Typensystem, $\varphi\colon \mathrm{Ty} \to \mathrm{Ty}/\mathrm{Ord}$ stetig. Sei $t :: \varphi(\mathrm{int}) \to \varphi(\mathrm{int})$.

Zeige: Es gibt keinen Typen τ, so daß für alle $s :: \tau$ gilt, daß $t\,s :: \varphi(\mathrm{int})$. (Insbesondere erfüllt $\varphi(\mathrm{int})$ dies nicht.)

Viel Erfolg!