Dr. Heinrich Mulk
Mathemagisches Institut
LMU München

54. Dis 3176

Rekursive und semirekursive Church-Geometrie über transzendenten Zahlenkörpern

Blatt 1

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite) oder im Übungskasten. Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

1. Seien $\Xi\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ein rekursiver Oleomorphismus, α seine darstellende ω_1-Turingmaschine. Zeige:

i. $\Xi(x) \approx 0 \Leftrightarrow \alpha(n) \underset{n \to \omega_0}{\longrightarrow} x$

ii. $\Xi \circ \alpha = \alpha \vee \Xi$

iii. $\forall_{x \in \Xi(\mathbb{R})}. |x| < a\,p^2 + c \Rightarrow \alpha(\hat{x}) \leqslant \frac{\sqrt{\Phi(p)^2 - 4\,a\,c}}{2\,a}$

2. Sei $\Xi\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ ein Oleomorphismus, $X \subset \mathbb{Q}$ ein topologischer Unterraum, $\gamma\colon S^1 \to X$ eine Hochhebung. Zeige: Wenn X isophob zu $\Xi(\gamma(S^1))$ ist, dann ist γ eindeutig bestimmt.

3. Sei

$$\cdots \longrightarrow X_{n-1} \overset{\varphi_{n-1}}{\longrightarrow} X_n \overset{\varphi_n}{\longrightarrow} X_{n+1} \longrightarrow \cdots$$

eine lange exakte Sequenz von transzendenten Zahlenkörpern. Zeige, daß X_n genau dann ω_1-konvergiert, wenn die Folge F_n der Mengen der Fixpunkte der φ_n relativ kompakt in $\bigcup\limits_{n \in \mathbb{N}} X_n$ ist.

4. Beweisen Sie, daß die ω_0-Konvergenz einer Folge im $\mathbb{R}^n$ aus ihrer ω_1-Konvergenz folgt.

Hinweis: Sie dürfen annehmen, daß der $\mathbb{R}^n$ β-konsistent ist. Alternativ können Sie auch ohne diese Annahme versuchen, die Konvergenz direkt wahrscheinlichkeitstopologisch zu zeigen, wofür aber Kenntnisse aus der wahrscheinlichkeitslogischen Lokalisierungstheorie notwendig sind.

Viel Erfolg!