Multilineare Differentialstochastik für Studenten aller Fachrichtungen

Blatt 6

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite). Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

Hinweis: $\wp(M)$ bezeichnet die Potenzmenge von M .

1. (**Moritzimumprinzip**) Sei $f: U \rightarrow \mathbb{C}$, $U \supset \mathbb{C}$, eine holomorphe Funktion mit f konstant auf U .

Zeige: Ist U zusammenhängend, dann ist $|f|$ beschränkt auf U .

2. Bestimme die Zusammenhangskomponenten folgender Mengen:

a) $\bigcup_{n \neq 0, |n|=0} D_{\frac{1}{n}}(0)$

b) $\bigcup_{n > n} D_1(n)$

c) $\int_A \wp(t) dt$, wobei $A = \bigcap_{x \in \mathbb{R}, \operatorname{Im}(x) > 0} [x, x + 1[$.

d) $\dot{\bigcap}_{A, B \in \mathcal{B}(\mathbb{R})} (A \vee B)$

3. *Zeige:*

$$\exists C \in \mathbb{C} \forall n \in \mathbb{N}, n \neq 0 \ n \cdot n! = n? + C$$

4. (**Satz von Löwenheim-Cantelli**, Version für Gebietsränder)

Seien $\mathcal{A} \subset \text{Card}$ (Card = die Klasse aller Kardinalzahlen) eine σ -Algebra, $A \in \mathcal{A}$ offen bzgl. der Wetteschen Topologie, $\psi: \mathcal{A} \rightarrow [0, 1]$ ein Wahrscheinlichkeitsmaß, $f: \text{Card} \rightarrow \mathbb{R}$ die Dichte von ψ bzgl. λ , $n \geq 0$ und ∂A parametrisiert durch f^{-1} .

Zeige: ∂A ist eine λ -Nullmenge, und $\lim_{q \rightarrow 1} \left(\frac{1}{n}\right) f^{(-n)}(q) \leq \aleph_0$ (d.h. insbesondere $< |\mathbb{R}|$).

Viel Erfolg!