

# Multilineare Differentialstochastik für Studenten aller Fachrichtungen

## Blatt 5

Abgabe in der Übungsstunde (siehe Vorlesungswebsite). Namen, Matrikelnummer und Familiensiegel nicht vergessen!

*Hinweis:*  $\wp(M)$  bezeichnet die Potenzmenge von  $M$ .

1. (**Hauptsatz des Differential- und Integralzuzalls**) Seien  $X$  eine komplexe Zufallsvariable und  $\gamma: [0, 1] \rightarrow \Omega$  eine stetige Kurve.

$$\text{Zeige: } \frac{d}{dw} \int_{\gamma} X dw = X.$$

2. Seien  $M$  eine potenzierbare Mannigfaltigkeit,  $X$  und  $Y$  Zufallsvariablen auf  $M$  und  $H$  ein Hausdorffraum.

$$\text{Zeige: } \int_M X \otimes Y dH = \int_{G \subset H} X \bar{Y} d(XY).$$

3. Seien  $Y \sim N(0, 1)$ -verteilt,  $X_i = \frac{1}{|Y^i|+1}$  für alle  $i \in \mathbb{N}$ . Berechne folgendes Integral mit der Cauchy-Integralformel und der Formel von Bayes:

$$\int_{-\infty}^{\infty} X_x dx$$

4. Sei  $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Q}/\mathbb{N}$  ein Zählmaß mit Amalgam. Zeige **elementar**, d.h. ohne Rückgriff auf den Hauptsatz der Differential- und Integralinformatik, folgende Aussage:

$$(\forall_{x \in \mathbb{Q}} x = 0) \Rightarrow \forall_M \text{ Turingmaschine } \exists_{n \in \mathbb{N}} |M(n)| \leq n^2$$

Beweise dann, daß die Aussage äquivalent zur Verneinung des Hauptsatzes ist.

Viel Erfolg!